

Appunti di Fondamenti di Comunicazioni e Internet

Canali 1 e 2 · Segnali · Prof.ssa Tiziana Cattai

Capitolo 1: Introduzione ai segnali

Autore: Tommaso C.

Appunti tratti dalle lezioni in aula e dal materiale del corso

Argomenti: Definizione e classificazione · catena di comunicazione
Segnali analogici, campionati, quantizzati, digitali · segnali complessi ed esponenziale
complesso
rect, tri, gradino, sinc · supporto e durata
Traslazione e scalatura · somma e prodotto · sequenze e impulso discreto

Indice

1	Che cos'è un segnale	1
2	La catena di comunicazione	1
3	Segnali analogici, campionati, quantizzati e digitali	2
4	Segnali complessi	3
4.1	Esponenziale complesso	4
5	Segnali elementari	5
6	Supporto e durata	7
7	Operazioni sui segnali	8
7.1	Somma e prodotto	10
8	Segnali tempo-discreti	12
9	Esercizi	14
10	Soluzioni	15

1 Che cos'è un segnale

Definizione – Segnale

Un **segnale** è una grandezza fisica variabile a cui è associata un'**informazione**. Si modella come una funzione del tempo:

$$x(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad -\infty < t < +\infty.$$

Esempio: l'**elettrocardiogramma** (ECG) è la tensione raccolta dagli elettrodi sul corpo del paziente in funzione del tempo; l'informazione è il battito cardiaco. Un segnale può dipendere anche da più variabili: un'immagine monocromatica è il livello di luminosità $z(p_1, p_2): \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di ogni punto, un segnale **bidimensionale**.

Il valore può essere anche complesso, $x(t) \in \mathbb{C}$ (Sezione 4).

Definizione – Segnale deterministico e aleatorio

- Un segnale è **deterministico** (o **certo**) se è perfettamente noto per ogni t .
- È **aleatorio** se non è predicibile prima della misura: se ne conosce solo un modello probabilistico, una densità di probabilità.

Il corso tratta solo segnali **monodimensionali** e **deterministici**. Il rumore di un canale è il caso tipico di segnale aleatorio: se ne conosce al più un modello, che dipende per esempio dalla lunghezza e dal materiale del mezzo, e il suo studio appartiene all'elaborazione statistica dei segnali.

Nota – Assi dei grafici

In ogni grafico di un segnale si scrive il nome di entrambi gli assi: la variabile (per esempio t) e il segnale (per esempio $x(t)$). Un grafico senza assi non dice che cosa rappresenta.

2 La catena di comunicazione

Un sistema di trasmissione porta un segnale da una **sorgente** a una **destinazione** attraverso un **canale di comunicazione**, il mezzo fisico in cui il segnale si propaga. Ai due lati del canale possono esserci due trasduttori.



Definizione – Trasduttore

Un **trasduttore** trasforma un segnale da una natura fisica a un'altra.

- Il **trasmettitore** (trasduttore di sorgente) converte ciò che produce la sorgente in un segnale adatto alla trasmissione e lo immette nel canale.
- Il **ricevitore** (trasduttore di ricevitore) riceve il segnale dal canale e lo converte in una forma utilizzabile dalla destinazione.

Esempio: in una telefonata la voce è un'onda di pressione nell'aria; il cellulare di chi parla la trasforma in un segnale elettromagnetico, quello di chi ascolta la ritrasforma in un'onda di pressione che arriva all'orecchio. Senza trasduttori la voce arriva direttamente, con l'aria come canale; nell'ECG il segnale elettrico si propaga nel corpo fino ai sensori sulla pelle.

Esempi di canale sono le coppie simmetriche, i cavi coassiali, la radio, i satelliti, la fibra ottica e gli infrarossi.

Definizione – Disturbi della trasmissione

Lungo il canale il segnale può subire:

- **attenuazione**: si indebolisce con la distanza;
- **distorsione**: cambia forma;
- **rumore additivo**: gli si somma un disturbo;
- **interferenza** con altri segnali che condividono lo stesso canale.

Questi effetti limitano la lunghezza del collegamento.

3 Segnali analogici, campionati, quantizzati e digitali

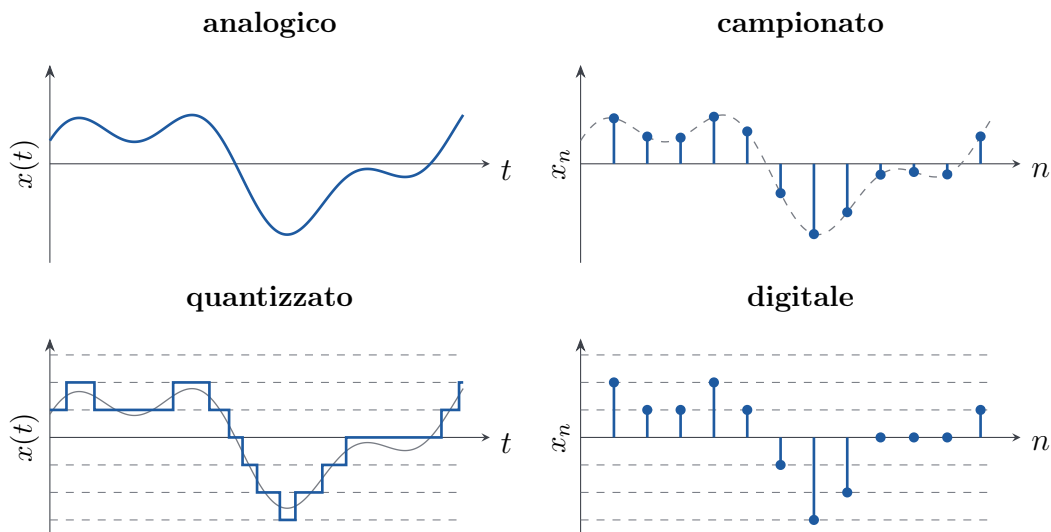
Un segnale si classifica guardando i due assi del suo grafico: il tempo (ascisse) e l'ampiezza (ordinate), ciascuno **continuo** o **discreto**.

Definizione – Le quattro classi

	ampiezza continua	ampiezza discreta
tempo continuo	analogico	quantizzato
tempo discreto	campionato	digitale

- **Analogico**: continuo nel tempo e nell'ampiezza, come la voce o l'ECG. L'ampiezza è limitata, ma può assumere infiniti valori.

- **Campionato:** si ottiene da un segnale analogico prendendone un **campione** a passo regolare T : $x_n = x(nT)$, con n intero. Il tempo è discreto, l'ampiezza resta quella del segnale analogico.
- **Quantizzato:** varia nel tempo con continuità, ma può assumere solo un insieme discreto di livelli.
- **Digitale:** discreto su entrambi gli assi. Nel caso binario i livelli sono due, per esempio 0 e 1.



4 Segnali complessi

Definizione – Segnale complesso

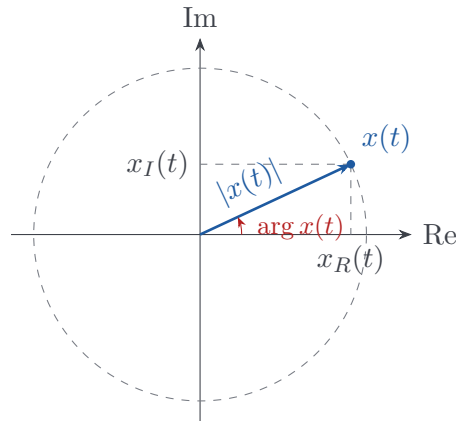
Un **segnale complesso** è una coppia di segnali reali, la parte reale $x_R(t)$ e la parte immaginaria $x_I(t)$:

$$x(t) = x_R(t) + j x_I(t).$$

Equivalentemente è la coppia modulo $|x(t)|$ e fase $\arg x(t)$:

$$x(t) = |x(t)| e^{j \arg x(t)}, \quad |x(t)| = \sqrt{x_R^2(t) + x_I^2(t)}.$$

Istante per istante $x(t)$ è un punto del **piano complesso**: parte reale in ascissa, parte immaginaria in ordinata, modulo come distanza dall'origine e fase come angolo con il semiasse reale positivo. Quando $x_R(t) > 0$ la fase è $\arg x(t) = \arctan(x_I(t)/x_R(t))$.



Osservazione – Perché i segnali complessi

I segnali fisici sono reali: la voce o l'ECG non sono mai complessi. Si usa però il modello complesso per trasmettere **due segnali reali insieme**: uno come parte reale e l'altro come parte immaginaria dello stesso segnale complesso. Ogni valore trasmesso porta così due informazioni invece di una, e i segnali da trasmettere contemporaneamente sullo stesso mezzo si dimezzano.

4.1 Esponenziale complesso

Definizione – Esponenziale complesso

L'**esponenziale complesso** di ampiezza $A > 0$, frequenza f_0 e fase iniziale φ è

$$x(t) = A e^{j(2\pi f_0 t + \varphi)} = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi) + j A \sin(2\pi f_0 t + \varphi).$$

Parte reale e parte immaginaria sono due segnali **armonici**, un coseno e un seno che oscillano alla frequenza f_0 dell'esponenziale:

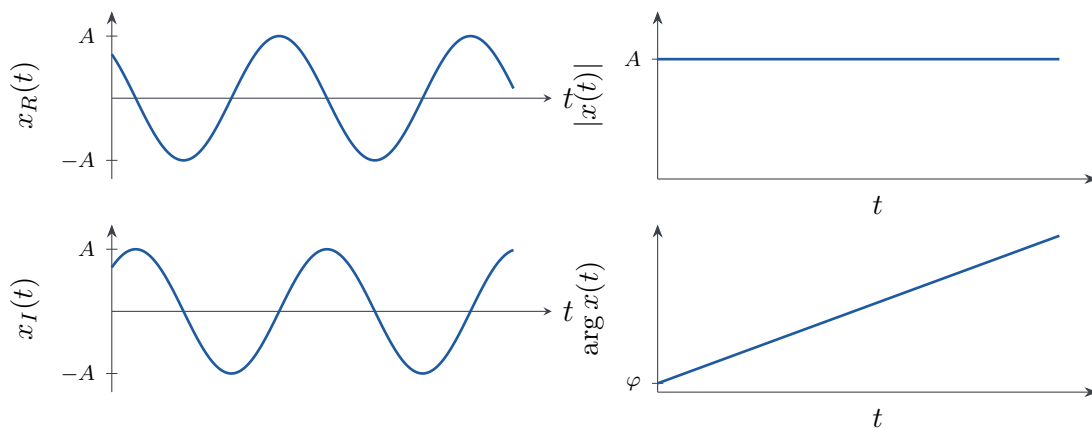
$$x_R(t) = A \cos(2\pi f_0 t + \varphi), \quad x_I(t) = A \sin(2\pi f_0 t + \varphi).$$

Proposizione – Modulo e fase dell'esponenziale complesso

$$|x(t)| = A, \quad \arg x(t) = 2\pi f_0 t + \varphi.$$

Il modulo è costante; la fase cresce linearmente con t ed è una retta di pendenza $2\pi f_0$ che vale φ in $t = 0$.

Nel piano complesso il punto $x(t)$ resta sulla circonferenza di raggio A e la percorre a velocità angolare costante $2\pi f_0$.



5 Segnali elementari

Quattro segnali semplici servono da base per esempi ed esercizi: con loro le operazioni si calcolano e si disegnano a mano. Le loro forme vanno ricordate: negli esercizi compare solo il nome.

Definizione – Rettangolo

Il **rettangolo** unitario $\text{rect}(t)$ vale 1 tra $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$ nei due punti di discontinuità:

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2} & |t| = \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Definizione – Triangolo

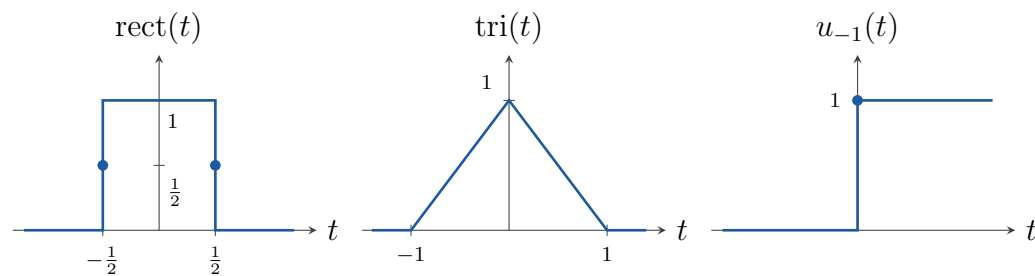
Il **triangolo** unitario $\text{tri}(t)$ ha il vertice in $(0, 1)$ e si annulla in $t = \pm 1$:

$$\text{tri}(t) = \begin{cases} 1 - |t| & |t| \leq 1, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Definizione – Gradino unitario

Il **gradino** unitario $u_{-1}(t)$ vale 0 per $t < 0$ e 1 per $t \geq 0$:

$$u_{-1}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0, \\ 0 & t < 0. \end{cases}$$



Osservazione – Valori nei punti di discontinuità

I valori nei salti sono **convenzioni**: $\text{rect}(\pm\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$, mentre $u_{-1}(0) = 1$. Nel corso rect , tri e u_{-1} indicano sempre questi segnali, con queste convenzioni.

Definizione – Seno cardinale

Il **seno cardinale** $\text{sinc}(t)$ è il prodotto di $\sin(\pi t)$ e di $1/(\pi t)$, con valore 1 nell'origine:

$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} & t \neq 0, \\ 1 & t = 0. \end{cases}$$

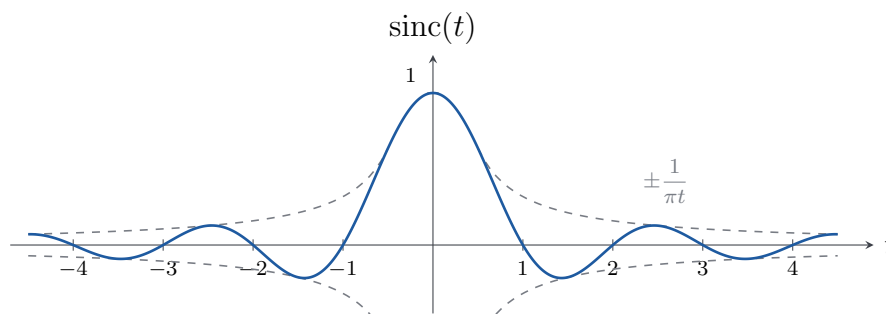
Proposizione – Forma della sinc

- **Zeri:** $\text{sinc}(n) = 0$ per ogni intero $n \neq 0$.
- **Origine:** $\text{sinc}(0) = 1$, il limite di $\sin(\pi t)/(\pi t)$ per $t \rightarrow 0$.
- **Ampiezza:** oscilla attenuandosi, $|\text{sinc}(t)| \leq 1/(\pi|t|)$, e tende a 0 per $t \rightarrow \pm\infty$.

Dimostrazione

1. $\sin(\pi t)$ è un'armonica che si annulla in tutti gli interi: $\sin(\pi n) = 0$. Per $n \neq 0$ il fattore $1/(\pi n)$ è finito, quindi $\text{sinc}(n) = 0$.
2. Con $u = \pi t$, il limite notevole $\lim_{u \rightarrow 0} \sin u/u = 1$ dà $\lim_{t \rightarrow 0} \text{sinc}(t) = 1$: il valore in 0 rende la sinc continua.
3. Fuori dall'origine $|\sin(\pi t)| \leq 1$, quindi $|\text{sinc}(t)| \leq 1/(\pi|t|)$: il seno è moltiplicato per un fattore che decresce.

□



6 Supporto e durata

Definizione – Supporto e durata

Il **supporto** di $x(t)$ è l'insieme degli istanti in cui il segnale è diverso da zero; la **durata** D_x è la misura (la lunghezza) del supporto:

$$\text{supp } x = \{ t \in \mathbb{R} : x(t) \neq 0 \}.$$

- $\text{rect}(t)$ è diverso da zero fra $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$: durata 1.
- $\text{tri}(t)$ è diverso da zero fra -1 e 1 : durata 2.
- $u_{-1}(t)$ e $\text{sinc}(t)$ hanno durata infinita.

Che gli estremi appartengano o no al supporto non cambia la durata.

La sinc tende a zero ma non si annulla mai su un intervallo: con la definizione precedente ha durata infinita. Per i segnali che tendono a zero si usa allora una definizione in senso lato.

Definizione – Supporto e durata in senso lato

Fissata una **soglia** $\varepsilon > 0$ sotto la quale il segnale è trascurabile, il supporto in senso lato è

$$\text{supp}_\varepsilon x = \{ t \in \mathbb{R} : |x(t)| > \varepsilon \},$$

e la durata in senso lato (o **durata pratica**) è la sua misura.

La soglia è una scelta e non è unica: va dichiarata insieme alla durata. Per i segnali di durata finita basta la definizione stretta.

7 Operazioni sui segnali

Il **prodotto per una costante** $z(t) = cx(t)$ è una **scalatura dell'asse verticale**: moltiplica per c ogni valore, amplificando o attenuando il segnale. Gli istanti in cui x si annulla non cambiano, quindi neanche supporto e durata.

Definizione – Traslazione

La **traslazione** di τ del segnale $x(t)$ è

$$z(t) = x(t - \tau).$$

- $\tau > 0$: il grafico si sposta a **destra** di τ , è un **ritardo**;
- $\tau < 0$: il grafico si sposta a **sinistra** di $|\tau|$, è un **anticipo**.

Con $\tau > 0$ è un ritardo perché $z(t_0 + \tau) = x(t_0)$: il valore che x aveva in t_0 compare in z più tardi, all'istante $t_0 + \tau$. La traslazione sposta il supporto e non cambia la durata.

Definizione – Scalatura dell'asse dei tempi

La **scalatura** di fattore $\alpha > 0$ del segnale $x(t)$ è

$$z(t) = x(\alpha t).$$

- $\alpha > 1$: il grafico si stringe di un fattore α , è una **contrazione**;
- $\alpha < 1$: il grafico si allarga di un fattore $1/\alpha$, è una **dilatazione**.

Un punto t' del grafico di x va in $t = t'/\alpha$, quindi la scalatura divide per α gli estremi del supporto e la durata.

Proposizione – Durata dopo una scalatura

Se x è diverso da zero fra a e b , allora $x(\alpha t)$ è diverso da zero fra a/α e b/α , e

$$D_{x(\alpha t)} = \frac{D_x}{\alpha}.$$

Per esempio $\text{rect}(3t)$ è diverso da zero fra $-\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{6}$ e dura $\frac{1}{3}$; $\text{tri}(2t)$ dura 1 invece di 2 (Esercizio 1).

Proposizione – Traslazione e scalatura insieme

Per disegnare $x(\alpha t - \beta)$ si raccoglie il coefficiente di t :

$$x(\alpha t - \beta) = x(\alpha(t - \tau)), \quad \tau = \frac{\beta}{\alpha}.$$

È x scalato di un fattore α e poi traslato di τ : il punto t' di x va in $t = \tau + t'/\alpha$ e la durata diventa D_x/α .

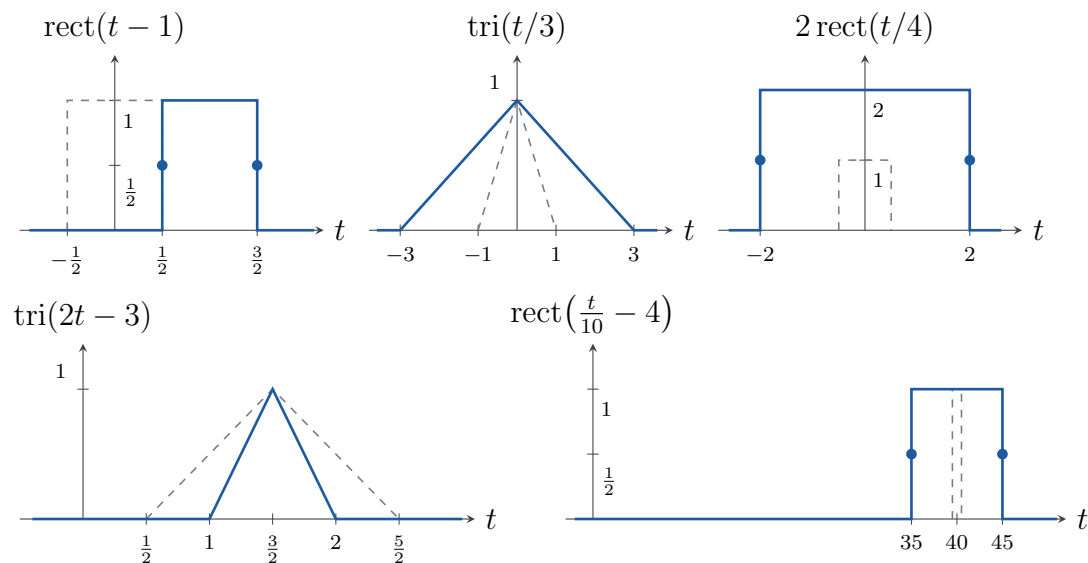
La traslazione è β/α , non β : traslare di β senza aver raccolto il coefficiente di t è l'errore tipico. L'ordine si può anche invertire: si trasla x di τ e poi lo si scala attorno al nuovo centro $t = \tau$.

Proposizione – Disegnare un segnale trasformato

1. Si scelgono i punti notevoli t' di x : per rect i punti di discontinuità, per tri i vertici; per una traslazione basta il centro $t' = 0$.
2. Si usa l'argomento come variabile di appoggio: $t' = \alpha t - \beta$, e si ricava t .
3. In quel t il nuovo segnale assume il valore che x ha in t' , moltiplicato per l'eventuale costante davanti.

Esempio – Traslazioni e scalature di rect e tri

- $\text{rect}(t - 1)$: $t - 1 = \pm \frac{1}{2}$ dà $t = \frac{1}{2}$ e $t = \frac{3}{2}$. È il rettangolo ritardato di 1: vale 1 per $\frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$ e $\frac{1}{2}$ nei due estremi.
- $\text{tri}(t/3)$: $t/3 = \pm 1$ dà $t = \pm 3$. È il triangolo dilatato di un fattore 3: vertice in $(0, 1)$, nullo per $|t| \geq 3$.
- $2 \text{rect}(t/4)$: $t/4 = \pm \frac{1}{2}$ dà $t = \pm 2$, e il 2 raddoppia l'altezza. Vale 2 per $|t| < 2$ e 1 in $t = \pm 2$.
- $\text{tri}(2t - 3) = \text{tri}(2(t - \frac{3}{2}))$: vertice in $t = \frac{3}{2}$, durata $2/2 = 1$, quindi nullo fuori da $[1, 2]$. Controllo: $2t - 3 = \pm 1$ dà $t = 1$ e $t = 2$.
- $\text{rect}(\frac{t}{10} - 4) = \text{rect}(\frac{1}{10}(t - 40))$: centro in 40, durata $1 \cdot 10 = 10$. Vale 1 per $35 < t < 45$ e $\frac{1}{2}$ in $t = 35$ e $t = 45$.



Il tratteggio grigio è il segnale di partenza; negli ultimi due grafici è il segnale già traslato, prima della scalatura attorno al nuovo centro. Altri casi si svolgono nell'Esercizio 1.

7.1 Somma e prodotto

Definizione – Somma e prodotto di segnali

Somma e prodotto di due segnali si calcolano **punto per punto**, per ogni t :

$$z(t) = x(t) + y(t), \quad z(t) = x(t) y(t).$$

Per disegnarli si mettono x , y e z in tre grafici uno sotto l'altro, con lo **stesso asse dei tempi** (stessa scala, stessi istanti allineati), e si procede per intervalli.

Proposizione – Supporto di prodotto e somma

- Il prodotto è nullo dove almeno un fattore è nullo: $\text{supp}(xy) = \text{supp } x \cap \text{supp } y$.
- Se i supporti di x e y sono disgiunti, la somma vale $x(t)$ sul supporto di x , $y(t)$ su quello di y e 0 altrove: le due forme restano intatte. Dove i supporti si sovrappongono, i valori si sommano.

Una somma con supporti disgiunti si svolge nell'Esercizio 2.

Proposizione – La rect come finestra

Moltiplicare per un rettangolo di centro t_0 e durata D lascia passare x solo in quell'intervallo:

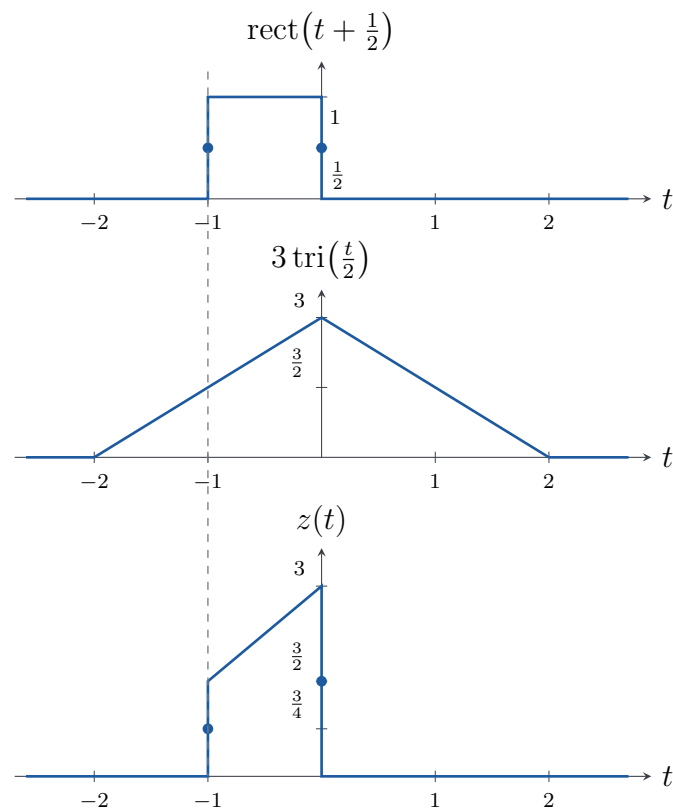
$$x(t) \operatorname{rect}\left(\frac{t-t_0}{D}\right) = \begin{cases} x(t) & |t-t_0| < \frac{D}{2}, \\ \frac{1}{2}x(t) & |t-t_0| = \frac{D}{2}, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

Esempio – Prodotto di una rect e di una tri

$$z(t) = \operatorname{rect}\left(t + \frac{1}{2}\right) \cdot 3 \operatorname{tri}\left(\frac{t}{2}\right).$$

1. $\operatorname{rect}(t + \frac{1}{2})$ è il rettangolo anticipato di $\frac{1}{2}$: vale 1 per $-1 < t < 0$ e $\frac{1}{2}$ in $t = -1$ e $t = 0$.
2. $3 \operatorname{tri}(t/2)$ è il triangolo dilatato di 2 (durata 4, fra -2 e 2) e alto 3; per $-2 \leq t \leq 0$ vale $3(1 + \frac{t}{2})$.
3. Fuori da $[-1, 0]$ la rect è nulla, quindi $z(t) = 0$. Dentro resta il tratto di triangolo, e negli estremi metà del suo valore:

$$z(t) = \begin{cases} 3 + \frac{3}{2}t & -1 < t < 0, \\ \frac{3}{4} & t = -1, \\ \frac{3}{2} & t = 0, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$



8 Segnali tempo-discreti

Definizione – Sequenza

Un segnale **tempo-discreto**, o **sequenza**, è definito solo negli istanti indicati da un indice intero:

$$x_n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

I segnali visti finora, rect , tri , u_{-1} , sinc e l'esponenziale complesso, sono **tempo-continui**: la variabile t è reale. I segnali campionati e digitali della Sezione 3 sono sequenze.

Definizione – Impulso discreto

L'**impulso discreto** vale 1 in $n = 0$ e 0 per ogni altro n :

$$\delta_n = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ 0 & n \neq 0. \end{cases}$$

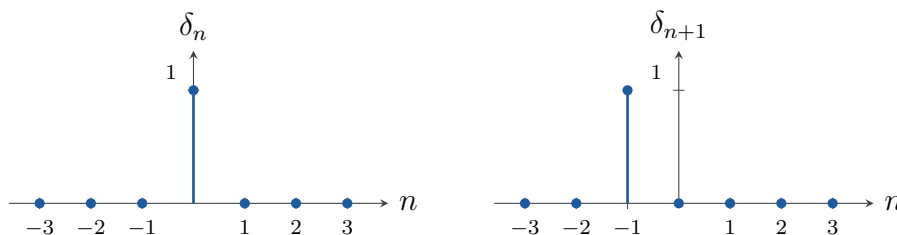
Definizione – Traslazione di una sequenza

La traslazione di M campioni, con M intero, è

$$y_n = x_{n-M}.$$

La sequenza si sposta verso destra se $M > 0$, verso sinistra se $M < 0$.

In particolare δ_{n-M} è un solo impulso unitario, in $n = M$: per esempio δ_{n+1} vale 1 in $n = -1$ e 0 altrove. Una somma di impulsi traslati si disegna scrivendo per esteso la sommatoria e mettendo un impulso per termine (Esercizio 3).



Riepilogo

- **Segnale e classi:** $x(t): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$; analogico, campionato (tempo discreto), quantizzato (ampiezza discreta), digitale (entrambi discreti).
- **Catena:** sorgente, trasmettitore, canale, ricevitore, destinazione; disturbi: attenuazione, distorsione, rumore, interferenza.
- **Segnale complesso:** $x_R + j x_I = |x| e^{j \arg x}$; $A e^{j(2\pi f_0 t + \varphi)}$ ha modulo A e fase $2\pi f_0 t + \varphi$.
- **Segnali elementari:** rect ($\frac{1}{2}$ nei salti), tri = $1 - |t|$, u_{-1} , sinc = $\sin(\pi t)/(\pi t)$ con $\text{sinc}(0) = 1$ e zeri negli interi $\neq 0$.
- **Supporto e durata:** $\text{supp } x = \{x(t) \neq 0\}$, D_x la sua misura; in senso lato $|x(t)| > \varepsilon$.
- **Traslazione e scalatura:** $x(\alpha(t - \tau))$, centro in τ , durata D_x/α ; raccogliere il coefficiente di t .
- **Somma e prodotto:** punto per punto; $\text{supp}(xy) = \text{supp } x \cap \text{supp } y$; la rect fa da finestra.
- **Sequenze:** $x_n, n \in \mathbb{Z}$; δ_{n-M} è un impulso unitario in $n = M$.

9 Esercizi

Esercizio 1 – Traslazioni e scalature

Disegna i segnali

$$(a) \operatorname{tri}(2t), \quad (b) \operatorname{rect}(t/2), \quad (c) \operatorname{rect}(t+1),$$

indicando per ciascuno l'intervallo in cui è diverso da zero, i valori nei punti notevoli e il tipo di operazione.

Soluzione a pagina 15 →

Esercizio 2 – Somma con supporti disgiunti

Disegna il segnale

$$z(t) = \operatorname{rect}\left(\frac{t}{2} - 4\right) + \operatorname{tri}(t+2)$$

e scrivine l'espressione a tratti.

Soluzione a pagina 15 →

Esercizio 3 – Somme di impulsi traslati

Disegna le sequenze

$$(a) z_n = \sum_{k=1}^3 \delta_{n+k}, \quad (b) w_n = \sum_{k=1}^3 k \delta_{n+2k}.$$

Soluzione a pagina 16 →

10 Soluzioni

Soluzione dell'Esercizio 1 – Traslazioni e scalature

Per ogni segnale si pone l'argomento uguale ai punti notevoli del segnale di partenza.

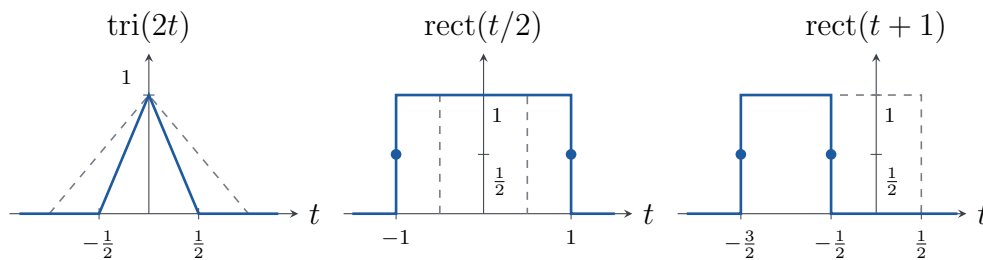
(a) Scalatura con $\alpha = 2 > 1$, quindi contrazione. I punti notevoli di tri sono $t' = -1, 0, 1$; da $2t = t'$ si ottiene $t = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$. Il triangolo ha vertice in $(0, 1)$ e si annulla per $|t| \geq \frac{1}{2}$:

$$\text{tri}(2t) = 1 - 2|t| \quad \text{per } |t| \leq \frac{1}{2}, \quad 0 \text{ altrove.}$$

Verifica: in $t = \frac{1}{4}$ vale $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \text{tri}(\frac{1}{2})$. La durata passa da 2 a 1.

(b) Scalatura con $\alpha = \frac{1}{2} < 1$, quindi dilatazione. Da $t/2 = \pm \frac{1}{2}$ si ottiene $t = \pm 1$: vale 1 per $|t| < 1$, $\frac{1}{2}$ in $t = \pm 1$, 0 altrove. La durata passa da 1 a 2.

(c) Traslazione con $\tau = -1 < 0$, quindi anticipo di 1. Da $t + 1 = \pm \frac{1}{2}$ si ottiene $t = -\frac{3}{2}$ e $t = -\frac{1}{2}$: vale 1 per $-\frac{3}{2} < t < -\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ nei due estremi, 0 altrove.



[← Torna all'Esercizio 1, pagina 14](#)

Soluzione dell'Esercizio 2 – Somma con supporti disgiunti

Primo addendo. Si raccoglie il coefficiente di t : $\text{rect}(\frac{t}{2} - 4) = \text{rect}(\frac{1}{2}(t - 8))$. Centro in 8, durata $1 \cdot 2 = 2$: vale 1 per $7 < t < 9$ e $\frac{1}{2}$ in $t = 7$ e $t = 9$. Controllo: $\frac{t}{2} - 4 = \pm \frac{1}{2}$ dà $t = 9$ e $t = 7$.

Secondo addendo. $\text{tri}(t + 2)$ è il triangolo anticipato di 2: vertice in $(-2, 1)$, diverso da zero fra -3 e -1 .

Somma. I supporti, fra -3 e -1 e fra 7 e 9 , sono disgiunti: ogni addendo resta com'è.

$$z(t) = \begin{cases} 1 - |t + 2| & -3 \leq t \leq -1, \\ 1 & 7 < t < 9, \\ \frac{1}{2} & t = 7, t = 9, \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$



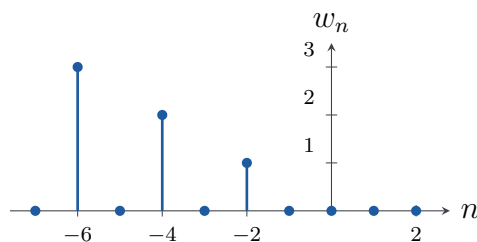
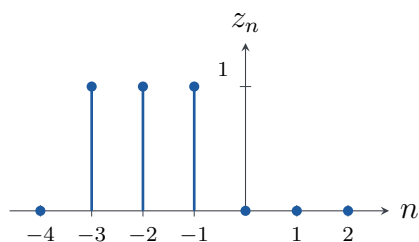
← Torna all'Esercizio 2, pagina 14

Soluzione dell'Esercizio 3 – Somme di impulsi traslati

Si scrive la somma per esteso; ogni termine è un impulso traslato.

(a) $z_n = \delta_{n+1} + \delta_{n+2} + \delta_{n+3}$. Il termine δ_{n+k} vale 1 solo in $n = -k$: tre impulsi unitari in $n = -1, -2, -3$, e $z_n = 0$ per ogni altro n .

(b) $w_n = \delta_{n+2} + 2\delta_{n+4} + 3\delta_{n+6}$. Il termine $k\delta_{n+2k}$ vale k in $n = -2k$: $w_{-2} = 1$, $w_{-4} = 2$, $w_{-6} = 3$, e $w_n = 0$ per ogni altro n .



← Torna all'Esercizio 3, pagina 14