

Appunti di Fisica Classica

Capitolo 6: Meccanica dei Fluidi

Autore: Tommaso C.

Appunti tratti dal testo di riferimento e dalle lezioni in aula

Argomenti: Fluidostatica · Pressione · Legge di Stevino · Principio di Pascal · Principio di Archimede · Equazione di Bernoulli

0 Indice

1	Fluidi ideali	1
2	Pressione	1
3	Equazioni della statica dei fluidi	2
4	Fluidi pesanti: legge di Stevino	3
5	Atmosfera terrestre: modello isoterma	4
6	Misura della pressione: Torricelli e manometro	5
7	Principio di Pascal	6
8	Principio di Archimede	7
8.1	Condizioni di galleggiamento	7
8.2	Stabilità dei galleggianti: metacentro	9
9	Dinamica dei fluidi	9
9.1	Campo di velocità e flusso stazionario	9
9.2	Equazione di continuità	10
10	Equazione di Bernoulli	10
10.1	Applicazioni dell'equazione di Bernoulli	12

1 Fluidi ideali

Definizione – Fluido ideale (Def. 6.1)

Un **fluido ideale** è un sistema materiale caratterizzato da due proprietà fondamentali:

1. **Incomprimibilità:** la densità ρ è costante, indipendente dalla pressione e dalla posizione.
2. **Assenza di viscosità:** non esistono sforzi di taglio tra strati di fluido adiacenti; le uniche forze trasmesse attraverso una superficie sono quelle normali ad essa.

Matematicamente, se $\mathbf{F}$ è la forza agente su un elemento di superficie $d\mathbf{S}$, allora per un fluido ideale $\mathbf{F} \parallel \hat{n}$ in ogni punto.

Osservazione – Ambito di validità del modello

I liquidi comuni (acqua, olio) si avvicinano molto al modello ideale in condizioni statiche e per flussi a bassa velocità. I gas possono essere trattati come fluidi incomprimibili in situazioni di flusso stazionario in cui le variazioni di densità sono trascurabili (es. flusso attorno a un profilo alare a velocità molto inferiori a quella del suono). In caso contrario — variazioni significative di densità, temperatura e pressione — il trattamento corretto è quello termodinamico.

2 Pressione

Definizione – Pressione (Def. 6.2)

Considerata una superficie elementare ΔS con normale uscente $\hat{n}$, sia $\Delta \mathbf{F}$ la forza esercitata dal fluido dalla parte 1 su quello dalla parte 2. La **pressione** nel punto considerato è definita come:

$$P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} = \frac{dF_n}{dS}$$

dove $F_n = \mathbf{F} \cdot \hat{n}$ è la componente normale della forza. La pressione è una grandezza **scalare** e si misura in **pascal** (Pa): $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$.

Osservazione – Pressione come forza normale per unità di superficie

In un fluido ideale le forze di taglio sono identicamente nulle, quindi l'intera forza su ogni superficie è normale ad essa. La pressione coincide allora con il rapporto $P = |\Delta \mathbf{F}|/\Delta S$. Unità di misura alternative di uso comune sono il *bar* ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$) e l'*atmosfera* ($1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$).

Teorema – Indipendenza della pressione dall'orientamento (Teo. 6.1)

In un fluido ideale o in un fluido in equilibrio statico, il valore della pressione in un punto è indipendente dall'orientazione della superficie infinitesima considerata. È quindi possibile definire un campo scalare $P(\mathbf{r})$ ben posto in ogni punto del fluido.

Dimostrazione

Si considera un elemento di fluido a forma di cuneo con una base inclinata di area ΔS e normale a un angolo α rispetto all'asse x , e una base di area $\Delta S'$ con normale parallela all'asse x . Le forze laterali si annullano a coppie. Scrivendo l'equilibrio nella direzione x :

$$P \Delta S \cos \alpha - P' \Delta S' + \rho G_x \Delta S' \Delta x = 0.$$

Geometricamente $\Delta S \cos \alpha = \Delta S'$; il termine di volume è un infinitesimo di ordine superiore e scompare al limite $\Delta x \rightarrow 0$. Rimane $P = P'$, che vale qualunque sia l'angolo α . $\square$

Nota – Interpretazione fisica

Il risultato appena dimostrato è non banale: definendo la pressione tramite una superficie orientata, sembrava che essa dovesse dipendere dall'orientamento. Il teorema mostra che invece le pressioni su due facce di qualunque orientamento, coincidenti nello stesso punto, sono uguali. In questo senso la pressione è davvero una caratteristica del *punto*, non della superficie. Questo è il motivo per cui in idrostatica si parla di “pressione in un punto del fluido” senza specificare la superficie.

3 Equazioni della statica dei fluidi

Teorema – Equazione di Eulero per la statica (Teo. 6.2)

Per un fluido ideale in equilibrio statico, soggetto a forze di volume per unità di massa $\mathbf{G}$, vale:

$$\nabla P = \rho \mathbf{G}$$

oppure, nelle componenti cartesiane:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho G_x, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \rho G_y, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = \rho G_z.$$

Dimostrazione

Si considera un volumetto elementare $dx dy dz$ con le facce parallele agli assi. Lungo la direzione x , la forza di pressione sulla faccia sinistra è $P(x_0) dy dz$ e quella sulla faccia destra è $P(x_0 + dx) dy dz = [P(x_0) + \frac{\partial P}{\partial x} dx] dy dz$, dirette in sensi opposti. La forza di volume in direzione x è $\rho G_x dx dy dz$. L'equilibrio impone la somma nulla:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} dx dy dz + \rho G_x dx dy dz = 0 \implies \frac{\partial P}{\partial x} = \rho G_x.$$

Procedendo analogamente per y e z si ottiene la forma vettoriale. $\square$

Osservazione – Forze di volume conservative

Se le forze di volume sono conservative, esiste un potenziale per unità di massa U tale che $\mathbf{G} = -\nabla U$. L'equazione di Eulero diventa $\nabla P = -\rho \nabla U$, e per densità costante si integra immediatamente in:

$$P = -\rho U + \text{costante}.$$

Le superfici isobare ($P = \text{cost}$) coincidono con le superfici equipotenziali ($U = \text{cost}$). Nota: U è l'energia potenziale *per unità di massa* (J/kg), non l'energia potenziale totale; la stessa struttura compare in elettromagnetismo con il potenziale elettrico (energia per unità di carica).

4 Fluidi pesanti: legge di Stevino

Proposizione – Legge di Stevino (Prop. 6.1)

Per un fluido omogeneo incompressibile ($\rho = \text{cost}$) in equilibrio nel campo gravitazionale uniforme, con l'asse z verticale verso l'alto:

$$P(z) = P_0 + \rho gh, \quad h = z_0 - z,$$

dove P_0 è la pressione alla quota di riferimento z_0 e h è la profondità del punto rispetto a tale quota. La pressione **dipende solo dalla profondità**, non dalla forma del recipiente. Le superfici isobare sono piani orizzontali.

Dimostrazione

Con $\mathbf{G} = \mathbf{g}$ e asse z verticale verso l'alto, l'unica componente non nulla di $\mathbf{G}$ è $G_z = -g$. L'equazione di Eulero fornisce:

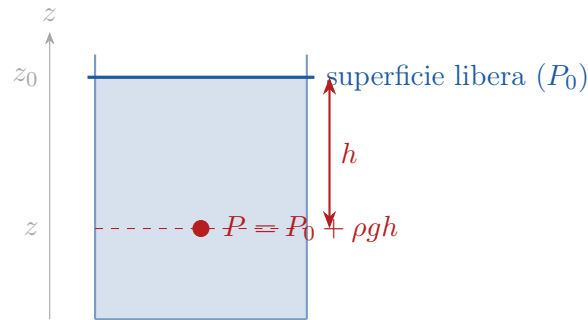
$$\frac{dP}{dz} = -\rho g.$$

Integrando tra la quota di riferimento z_0 (pressione P_0) e la quota z (pressione P):

$$P - P_0 = -\rho g(z - z_0) = \rho g(z_0 - z) = \rho gh.$$

$\square$

$\square$



Nota – Paradosso idrostatico

La pressione sul fondo di un recipiente pieno di fluido è $P = P_0 + \rho gh$ e dipende *solo dall'altezza h del fluido*, non dal volume né dalla forma del recipiente. Tre vasi con la stessa altezza di fluido ma forme diverse esercitano la stessa pressione sul fondo. Apparentemente paradossale, perché il peso del fluido contenuto è diverso: nelle geometrie in cui il vaso si allarga verso il basso, le pareti esercitano una componente verticale verso il basso; dove si restringe, le pareti spingono verso l'alto. Il bilancio fa sì che la pressione rimanga quella di Stevino.

Osservazione – Forza totale su una parete verticale

Per un recipiente con parete verticale di larghezza a e profondità totale h , la forza totale esercitata dal fluido sulla parete è:

$$F = \int_0^h (P_0 + \rho g z') a dz' = P_0 a h + \frac{1}{2} \rho g a h^2 = \left(P_0 + \frac{1}{2} \rho g h \right) a h.$$

La forza equivale a una pressione uniforme pari alla pressione media $\bar{P} = P_0 + \frac{1}{2} \rho g h$ applicata all'intera superficie ah . La distribuzione di pressione sulla parete è triangolare (lineare con la profondità).

5 Atmosfera terrestre: modello isoterma

Osservazione – Densità variabile nell'atmosfera

Per l'atmosfera terrestre la densità non è costante: al crescere della quota diminuisce la pressione e con essa la densità. La legge di Stevino non è direttamente applicabile. Occorre fornire la dipendenza $\rho(P)$.

Proposizione – Formula barometrica isoterma (Prop. 6.2)

Nel modello isoterma (temperatura costante), dalla legge dei gas perfetti in condizioni isobare si ha $P/\rho = \text{costante}$, ossia $\rho = (\rho_0/P_0) P$. Sostituendo in $dP/dz = -\rho g$:

$$\frac{dP}{P} = -\frac{\rho_0 g}{P_0} dz.$$

Integrando con condizione $P(0) = P_0$:

$$P(z) = P_0 e^{-z/H}, \quad H = \frac{P_0}{\rho_0 g} \approx 8 \text{ km}.$$

La pressione (e la densità) decrescono esponenzialmente con la quota; H è la **lunghezza caratteristica dell'atmosfera**.

Nota – Ordine di grandezza

Usando $P_0 = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_0 \approx 1,3 \text{ kg/m}^3$ e $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$:

$$H = \frac{1,013 \times 10^5}{1,3 \times 9,8} \approx 8000 \text{ m}.$$

In cima all'Everest ($\sim 8,8 \text{ km}$) la pressione è già scesa a circa $e^{-1} \approx 37\%$ del valore al suolo. La minore densità dell'ossigeno spiega perché respirare diventa difficile a quelle quote.

6 Misura della pressione: Torricelli e manometro

Osservazione – Esperimento di Torricelli

Il barometro di Torricelli misura la pressione atmosferica sfruttando l'equilibrio idrostatico. Si riempie un tubo chiuso all'estremità superiore con mercurio e lo si capovolge in una vaschetta. Il mercurio scende finché la pressione atmosferica P_0 bilancia il peso della colonna di mercurio rimasta:

$$P_0 = \rho_{Hg} g h, \quad h \approx 76 \text{ cm}.$$

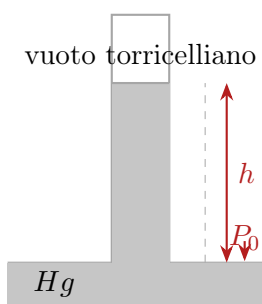
Al di sopra della colonna si crea il “vuoto torricelliano”. Usando acqua al posto del mercurio (densità ~ 1000 volte inferiore), la colonna sarebbe alta circa 10 m: questo spiega il limite delle pompe aspiranti, che non possono sollevare l'acqua oltre tale altezza.

Osservazione – Manometro

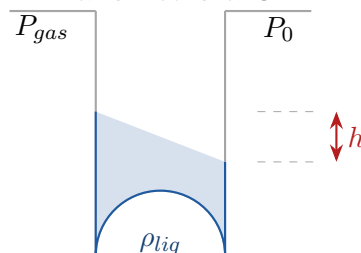
Un manometro a tubo a U, riempito di un liquido di densità ρ_{liq} , permette di misurare la pressione di un gas. Detto h il dislivello tra i due rami:

$$\begin{aligned} P_{gas} &= P_0 + \rho_{liq} g h & (\text{manometro aperto}), \\ P_{gas} &= \rho_{liq} g h & (\text{manometro chiuso con vuoto}). \end{aligned}$$

Barometro di Torricelli



Manometro a U



7 Principio di Pascal

Teorema – Principio di Pascal (Teo. 6.3)

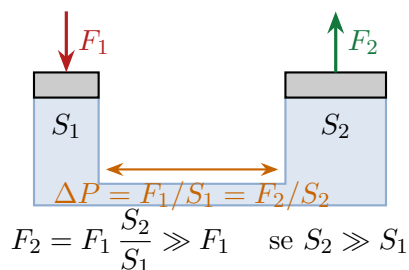
In un fluido ideale incompressibile in equilibrio, una variazione di pressione applicata in un punto qualsiasi si trasmette **istantaneamente e inalterata** a ogni altro punto del fluido. Formalmente, se ΔP è la variazione di pressione impressa, essa si aggiunge uniformemente al campo di pressione preesistente.

Nota – Pressa idraulica e freni

La pressa idraulica sfrutta il principio di Pascal: un fluido connette due pistoni di superfici S_1 e S_2 . Applicando una forza F_1 sul pistone piccolo si crea una sovrappressione $\Delta P = F_1/S_1$ che si trasmette invariata al pistone grande, producendo una forza:

$$F_2 = \Delta P \cdot S_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

Se $S_2 \gg S_1$ si ottiene una forza molto maggiore di quella applicata, senza violare la conservazione dell'energia: il pistone piccolo percorre uno spostamento proporzionalmente maggiore, e i lavori sono uguali ($F_1 s_1 = F_2 s_2$). Lo stesso principio governa i freni idraulici: una piccola forza sul pedale produce una grande forza sulle pastiglie.



8 Principio di Archimede

Teorema – Principio di Archimede (Teo. 6.4)

Un corpo immerso in un fluido pesante in equilibrio è soggetto a una forza verticale verso l'alto, detta **spinta di Archimede**, di intensità pari al peso del fluido spostato, applicata nel centro di massa del volume fluido spostato (centro di spinta):

$$F_A = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{immerso}} g.$$

Dimostrazione

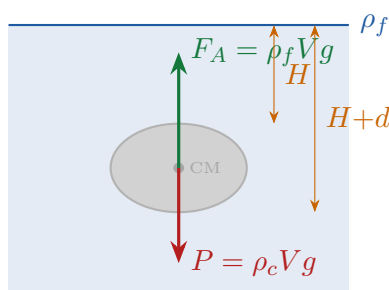
Si consideri un corpo completamente immerso. La faccia superiore è a profondità H (pressione $P_1 = P_0 + \rho g H$), quella inferiore a profondità $H + d$ (pressione $P_2 = P_0 + \rho g (H + d)$). Indicando con S la sezione del corpo, le forze verticali di pressione sono:

$$F_1 = P_1 S \text{ (verso il basso)}, \quad F_2 = P_2 S \text{ (verso l'alto)}.$$

La forza netta verso l'alto è:

$$F_A = F_2 - F_1 = (P_2 - P_1) S = \rho g d S = \rho g V_{\text{corpo}}.$$

I termini P_0 si elidono. Il risultato si generalizza a corpi di forma arbitraria con il ragionamento di Archimede: la risultante delle forze di superficie del fluido sul corpo è identica a quella che il fluido circostante eserciterebbe su un volume fluido della stessa forma in equilibrio, il cui peso è appunto $\rho g V$. $\square$ $\square$



8.1 Condizioni di galleggiamento

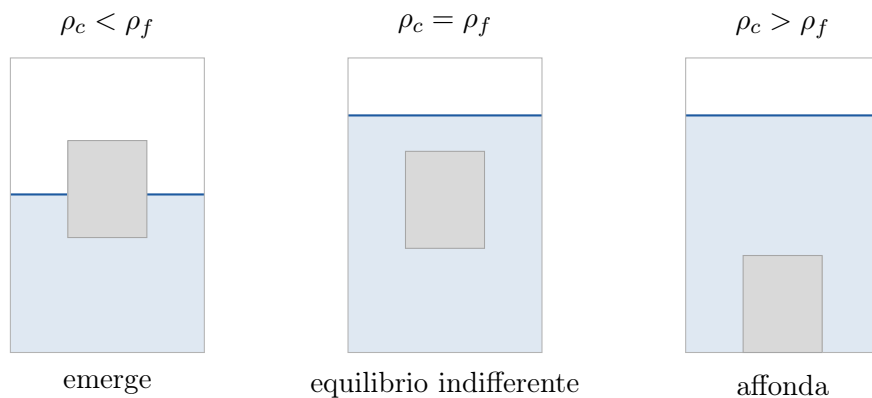
Proposizione – Galleggiamento (Prop. 6.3)

Per un corpo di densità ρ_c e volume totale V immerso in un fluido di densità ρ_f :

- Se $\rho_c > \rho_f$: la forza peso supera la spinta, il corpo **affonda**.
- Se $\rho_c < \rho_f$: la spinta supera la forza peso, il corpo **emerge** fino a quando la parte immersa V_{imm} soddisfa

$$\rho_f V_{imm} g = \rho_c V g \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{imm}}{V} = \frac{\rho_c}{\rho_f}.$$

- Se $\rho_c = \rho_f$: il corpo è in equilibrio indifferente, può stare fermo completamente immerso.

**Nota – Esempi notevoli**

L'iceberg: la densità del ghiaccio ($\approx 917 \text{ kg/m}^3$) è leggermente inferiore a quella dell'acqua di mare ($\approx 1025 \text{ kg/m}^3$), quindi circa $917/1025 \approx 90\%$ del volume rimane sommerso.

Ghiaccio che si scioglie in un bicchiere: il livello del liquido *rimane invariato*. Il ghiaccio galleggiante sposta un volume di acqua pari al suo peso; sciogliendosi, diventa acqua di massa uguale che occupa esattamente quel volume. Non vi è variazione del livello.

Pietre dalla barca: buttando pietre dalla barca in acqua, il livello della piscina *scende*. Sulla barca, ogni pietra di massa m sposta un volume m/ρ_f di acqua (pari al peso della pietra espresso in volume di fluido). Nell'acqua, la stessa pietra sposta solo il proprio volume $V_p = m/\rho_p$. Poiché $\rho_p \gg \rho_f$, si ha $V_p \ll m/\rho_f$: il volume spostato diminuisce e il livello scende.

Sommergibili: cambiano la loro densità media imbarcando o espellendo acqua dai serbatoi. Se $\rho_{media} > \rho_{acqua}$ scendono, se $\rho_{media} < \rho_{acqua}$ risalgono.

8.2 Stabilità dei galleggianti: metacentro

Definizione – Metacentro (Def. 6.3)

In un natante in equilibrio, il **centro di massa** G e il **centro di spinta** S (baricentro del volume immerso) sono allineati verticalmente. Quando il natante si inclina di un piccolo angolo, il centro di spinta si sposta in S' . La verticale passante per S' interseca la retta GS nel punto M , detto **metacentro**.

Proposizione – Stabilità del galleggiamento (Prop. 6.4)

Il comportamento del natante dopo una piccola inclinazione dipende dalla posizione del metacentro M rispetto al centro di massa G :

- M **sopra** G : la coppia formata da peso (applicato in G) e spinta (applicata in S') è *raddrizzante*. L'equilibrio è **stabile**.
- M **sotto** G : la coppia è *capovolgente*. L'equilibrio è **instabile**.

La distanza GM determina il periodo delle oscillazioni di rollio: grande GM significa maggiore stabilità ma oscillazioni più rapide e ampie.

Nota – Grandi traghetti

Nei grandi traghetti il metacentro si trova solo circa 0,5 m sopra il centro di massa: garantisce oscillazioni di rollio lente e confortevoli per i passeggeri. Tuttavia, se il carico si sposta (es. acqua nei garage o portellone aperto) il baricentro può salire sopra M , portando improvvisamente all'instabilità. Le barche a vela con zavorra hanno GM molto maggiore: più stabili alle grandi inclinazioni, ma con oscillazioni più rapide.

Nota – Spinta di Archimede in sistemi non inerziali

In un sistema di riferimento non inerziale con accelerazione $\mathbf{a}$, le forze di volume per unità di massa diventano $\mathbf{G} = \mathbf{g} - \mathbf{a}$. La spinta di Archimede agisce nella direzione opposta all'accelerazione risultante, non necessariamente verso l'alto. Esempio: un palloncino di elio in un'auto che accelera in avanti si sposta *in avanti* (verso la direzione di accelerazione), contrariamente agli oggetti più densi dell'aria che tendono verso il fondo dell'auto. Il palloncino è più leggero dell'aria e la sua spinta di Archimede rispetto all'accelerazione risultante supera la forza apparente dovuta alla propria massa.

9 Dinamica dei fluidi

9.1 Campo di velocità e flusso stazionario

Definizione – Campo di velocità e flusso stazionario (Def. 6.4)

In un fluido in moto, si assegna a ogni punto dello spazio $\mathbf{r}$ e a ogni istante t il vettore velocità $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ che descrive il moto medio delle particelle fluide in quel punto. Il moto si dice **stazionario** (o **laminare**) se $\mathbf{v}$ non dipende dal tempo: $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$. Le

linee di flusso sono le curve tangenti in ogni punto al vettore velocità; in un flusso stazionario coincidono con le traiettorie delle particelle fluide e non si intersecano.

Osservazione – Passaggio dal microscopico al macroscopico

Il fluido è composto da molecole discrete, ma lo si tratta come un continuo assegnando a ogni volumetto dV , abbastanza grande da contenere molte molecole ma abbastanza piccolo da essere infinitesimo su scala macroscopica, la velocità media delle molecole in esso contenute. Le molecole individuali entrano ed escono da dV , ma il loro valor medio stazionario permette di definire un campo di velocità ben posto.

9.2 Equazione di continuità

Teorema – Equazione di continuità (Teo. 6.5)

Per un flusso stazionario, la conservazione della massa in un tubo di flusso con sezioni S_1 e S_2 dà:

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2.$$

Per un fluido incompressibile ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) la **portata volumetrica** $Q = Sv$ è costante:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q = \text{costante}.$$

Dove il tubo si restringe, la velocità aumenta, e viceversa.

Dimostrazione

In un intervallo dt , il volume di fluido che entra dalla sezione 1 è $dV_1 = S_1 v_1 dt$ e quello che esce dalla sezione 2 è $dV_2 = S_2 v_2 dt$. In regime stazionario non si accumula massa all'interno del tubo, quindi le masse devono essere uguali: $\rho_1 dV_1 = \rho_2 dV_2$. Per fluido incompressibile le densità si semplificano e si ottiene la conservazione della portata. $\square$ $\square$

10 Equazione di Bernoulli

Teorema – Equazione di Bernoulli (Teo. 6.6)

Per un fluido ideale in moto stazionario, lungo qualsiasi linea di flusso vale:

$$z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}.$$

Equivalentemente, tra due sezioni 1 e 2 della stessa linea di flusso:

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

I tre termini hanno dimensioni di **lunghezza** e si chiamano rispettivamente *altezza geometrica*, *altezza piezometrica* e *altezza di arresto*.

Dimostrazione

Si applica il teorema lavoro-energia a una massa dm che si sposta dalla sezione 1 (quota z_1 , pressione P_1 , velocità v_1) alla sezione 2 (quota z_2 , pressione P_2 , velocità v_2) in un intervallo dt . Le forze attive sono la gravità e le forze di pressione.

Lavoro della gravità:

$$dL_g = dm g (z_1 - z_2).$$

Lavoro delle forze di pressione: la pressione P_1 spinge nella direzione del moto sulla sezione 1 con forza $P_1 S_1$, mentre P_2 si oppone sulla sezione 2 con forza $P_2 S_2$. Usando $dm = \rho S v dt$:

$$dL_P = P_1 S_1 v_1 dt - P_2 S_2 v_2 dt = dm \frac{P_1 - P_2}{\rho}.$$

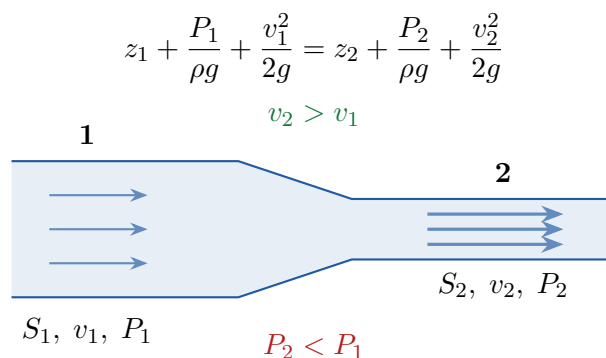
Variazione di energia cinetica:

$$d\mathcal{T} = \frac{1}{2} dm (v_2^2 - v_1^2).$$

Imponendo $dL_g + dL_P = d\mathcal{T}$ e dividendo per $dm g$:

$$(z_1 - z_2) + \frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g},$$

che riordinato dà l'equazione di Bernoulli. □ □



Nota – Significato dei tre termini

I tre termini hanno ciascuno un significato fisico preciso:

- **Altezza geometrica** z : quota del punto rispetto a un piano di riferimento.
- **Altezza piezometrica** $P/(\rho g)$: profondità del fluido che a densità ρ eserciterebbe la pressione P ; equivale al dislivello che si leggerebbe in un manometro a tubo aperto collegato a quel punto.
- **Altezza di arresto** $v^2/(2g)$: quota che raggiunge un corpo lanciato verso l'alto con velocità v , o altezza da cui deve cadere per acquisire la velocità v .

La somma delle tre altezze rimane costante lungo la linea di flusso: se la velocità aumenta (il tubo si restringe), la pressione deve diminuire.

10.1 Applicazioni dell'equazione di Bernoulli

Proposizione – Legge di Torricelli (Prop. 6.5)

Un grande serbatoio di fluido con un piccolo foro a profondità h sotto la superficie libera eroga fluido con velocità:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Questa è la stessa velocità che avrebbe un corpo in caduta libera da un'altezza h .

Dimostrazione

Si applica Bernoulli tra la superficie libera (sezione 1: quota h , pressione P_0 , velocità $v_1 \approx 0$ per serbatoio grande) e il foro (sezione 2: quota 0, pressione P_0 , velocità v_2):

$$h + \frac{P_0}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{P_0}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

I termini $P_0/(\rho g)$ si cancellano e si ottiene $v_2 = \sqrt{2gh}$. □ □

Proposizione – Effetto Venturi (Prop. 6.6)

In un tubo orizzontale ($z_1 = z_2$) con una costrizione di sezione $S_2 < S_1$, dove per continuità $v_2 = v_1 S_1/S_2 > v_1$, la pressione nella zona ristretta è inferiore:

$$P_1 - P_2 = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2) > 0.$$

Dove la velocità aumenta, la pressione diminuisce.

Nota – Portanza alare e deportanza in Formula 1

Portanza: il profilo alare è sagomato in modo che l'aria scorra più velocemente sulla superficie superiore (percorso più lungo) che su quella inferiore. Per effetto Venturi, la pressione è minore sopra e maggiore sotto, generando una forza netta verso l'alto (*portanza*)

che sostiene il velivolo.

Deportanza: le monoposto di Formula 1 usano profili invertiti e il fondo piatto della vettura, molto vicino al terreno, crea una zona di bassa pressione che schiaccia la macchina sull'asfalto, aumentandone il grip in curva. A velocità molto elevate la forza verso il basso supera il peso della vettura stessa.

Stallo: se l'angolo di attacco dell'ala supera un valore critico, i filetti fluidi sulla superficie superiore si distaccano e si formano vortici. Il flusso non è più laminare, il teorema di Bernoulli non si applica, la portanza crolla e la resistenza aumenta bruscamente.

Esercizio 6.1 – Getto ottimale da serbatoio

Un serbatoio cilindrico con superficie libera a quota H ha un foro sulla parete laterale a quota h dal fondo. Trovare h che massimizza la gittata del getto e il valore $D_{\max}$ di tale gittata.

Soluzione. Per la legge di Torricelli la velocità di uscita è $v = \sqrt{2g(H-h)}$. Il getto cade da quota h , con tempo di volo $t = \sqrt{2h/g}$. La gittata è:

$$D(h) = v t = \sqrt{2g(H-h)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{h(H-h)}.$$

Imponendo $dD/dh = 0$ si ottiene $H - 2h = 0$, cioè $h = H/2$. Il massimo è:

$$D_{\max} = 2\sqrt{\frac{H}{2} \cdot \frac{H}{2}} = H.$$

La gittata massima si ottiene con il foro a mezza altezza e vale H .